

# Simulieren im Mathematiklabor ein Beitrag zur Förderung des funktionalen Denkens

Sabine Elter (sabine.baum@posteo.de)

## Mathematiklabor

Das Mathematiklabor an der Universität Würzburg / am MIND-Center ist ein Schülerlabor, in dem Schulklassen in vorstrukturierten Lernumgebungen durch vielfältige Experimente selbstständig zu mathematischen Erkenntnissen gelangen können.

Zielgruppe sind Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe. Es stehen vielfältige Stationen zur Verfügung, aus denen eine Gruppe von 3 Schülerinnen und Schülern jeweils eine für die dreistündige Bearbeitung auswählen kann (Baum 2012a).

Im Rahmen des Dissertationsvorhabens werden die Stationen Mathematik im Scheibenwischer (Abb. 1 und 3; Baum 2012b) und Regenbogenmathematik (Abb. 1 und 2) entwickelt und untersucht.

Informationen unter:

[www.mathematik-labor.org](http://www.mathematik-labor.org)

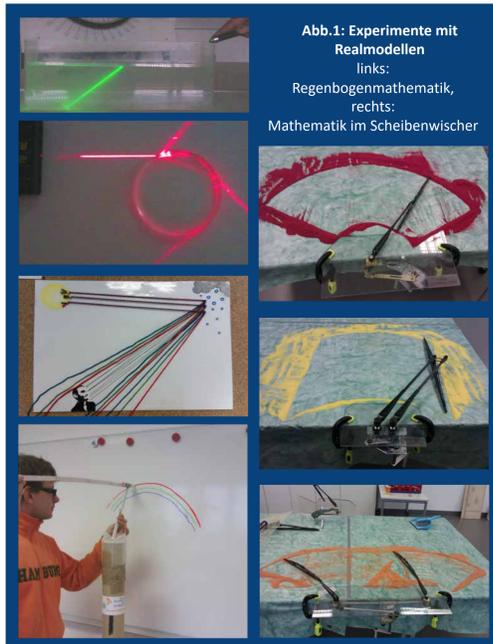
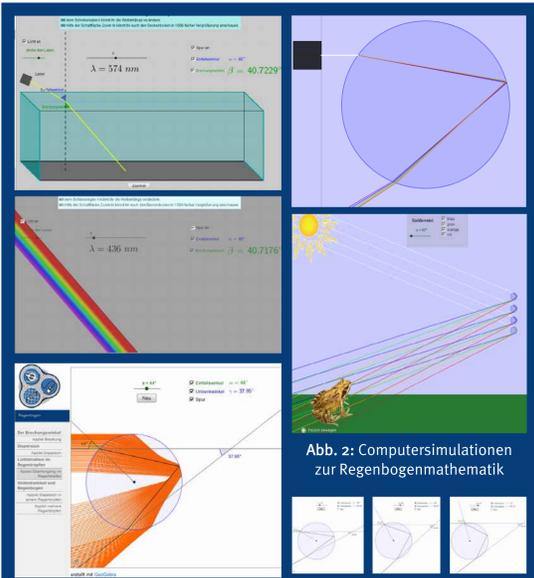
## Simulieren

Unter Simulieren versteht man das Experimentieren mit Modellen (Weigand 2012). Für Schülerlabore ist das Experimentieren ein charakteristisches Merkmal. Im Mathematiklabor stehen dafür verschiedene Arten von Modellen zur Verfügung bzw. sollen selbst erstellt werden: Realmodelle (Abb.1), Computermodelle (Abb. 2 und 3) und mathematische Modelle (Abb.4).

Bei den Experimenten mit den Realmodellen werden die relevanten Einflussgrößen identifiziert, die im mathematischen Modell als Variablen und Parameter abgebildet werden. Beim Simulieren am Computer werden die Auswirkungen systematischer Veränderungen dieser Variablen untersucht und z.B. in qualitativen Graphen (math. Modell) dargestellt. Das innermathematische Experimentieren hilft dabei Hypothesen zu überprüfen und neue Einsichten über die Phänomenstruktur zu generieren.

Der besondere Wert der Computersimulationen (GeoGebra-Applets) liegt unter anderem darin, dass hier eine Repräsentation des Realmodells mit einer symbolischen mathematischen Repräsentation verknüpft wird. Dadurch sollen die Phasen des Mathematisierens im Mathematiklabor unterstützt werden. Weiter können über Schieberegler die Werte wichtiger Einflussgrößen systematisch variiert werden, wodurch kognitive Prozesse angeregt werden sollen, die typisch für den Änderungsaspekt des funktionalen Denkens sind (vgl. Abschnitt Funktionales Denken).

Im Rahmen des Dissertationsvorhabens sollen daher Untersuchungen zum Experimentieren mit diesen Computermodellen im Vordergrund stehen.



## Regenbogenmathematik

## Scheibenwischermathematik

### Fragestellung

#### Vorstudie:

Sind die Lernumgebungen im Mathematiklabor geeignet, die für den Änderungsaspekt charakteristischen kognitiven Prozesse des funktionalen Denkens in allen drei Phasen des Mathematisierens anzuregen?

#### Hauptuntersuchung:

Welchen Einfluss hat die Arbeit mit den Simulationen - also das Finden von, Arbeiten mit und Interpretieren von qualitativen Mathematisierungen mithilfe systematischer Variationen - auf die für den Änderungsaspekt charakteristischen Ausprägungen des funktionalen Denkens?

## Funktionales Denken

Bei den mathematischen Modellen, die von den Schülern im Mathematiklabor auf experimentellem Weg gefunden werden, handelt es sich häufig um Funktionen, die in unterschiedlichen Darstellungsformen Zusammenhänge des Realmodells abbilden.

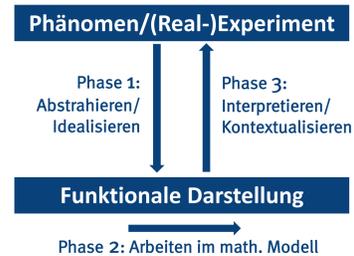
Das Mathematisieren mit Funktionen lässt sich in drei Phasen gliedern:

#### Phase 1: Abstrahieren/Idealisieren:

Funktionale Darstellung der im Experiment beobachteten Zusammenhänge

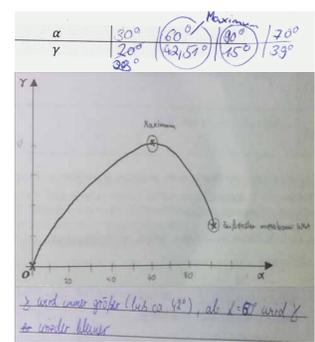
#### Phase 2: Arbeiten im und mit dem mathematischen Modell

#### Phase 3: Interpretieren / Kontextualisieren der funktionalen Darstellungen und mathematischen Ergebnisse im Hinblick auf das Realphänomen

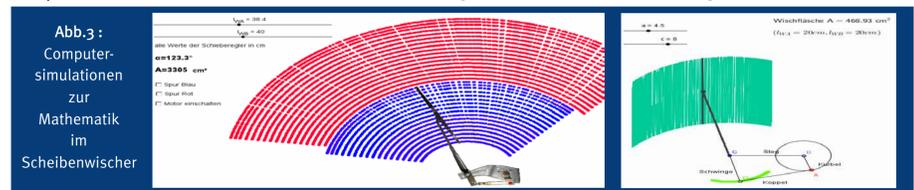


In jeder der drei Phasen kann man den Arbeitsprozess durch die drei Aspekte des funktionalen Denkens (vgl. Vollrath 1989) charakterisieren:

- Zuordnungsaspekt:** In der Simulation können bestimmte Zustände hergestellt werden, die z.B. in einer Messwerttabelle festgehalten werden (Phase 1). Bestimmte Punkte aus der Tabelle werden auf dem Graphen markiert (Phase 2) und in Hinblick auf die Bedeutung im Experiment ausgewertet (Phase 3).
- Änderungsaspekt:** Der qualitative Graph ist durch die Beobachtung des Änderungsverhaltens einer Einflussgröße im Verhältnis zu einer anderen beim Simulieren entstanden (Phase 1). Das Monotonieverhalten des funktionalen Zusammenhangs kann mithilfe des Graphen beschrieben werden (Phase 2). Mithilfe der geringeren Steigungsrate in der Umgebung des Maximums kann ein Phänomen erklärt werden (Phase 3).
- Objektaspekt:** Was passiert mit dem Funktionsgraphen, wenn in der Simulation ein Parameter verändert wird? (Phase 1) Gibt es eine Funktionsklasse mit der man den qualitativen Graphen quantifizieren kann? (Phase 2) Finden sich weitere Zusammenhänge in der Natur, die sich durch ähnliche Graphen beschreiben lassen? (Phase 3)



Es wird insbesondere ein Einfluss von Simulationen auf den Änderungsaspekt des funktionalen Denkens vermutet. Aus diesem Grund wird der Fokus der empirischen Arbeit auf der Untersuchung dieses Einflusses liegen.



## Methoden

Bei der empirischen Untersuchung der Arbeitsprozesse und Arbeitsergebnisse im Mathematiklabor sollen primär qualitative Forschungsmethoden zum Einsatz kommen. Es wird eine breite und tiefe Datenbasis durch vielfältige Erhebungsinstrumente angestrebt:

#### Vorstudie:

- Schülerlösungen in den Aufgabenheften
- Beobachtungsprotokolle

#### Hauptuntersuchung:

- Videobeobachtung
- Bildschirmaufzeichnungen
- Interviews

## Literatur

- Baum, S. (2012a): Das Mathematiklabor und seine Verzahnung mit dem Schulunterricht. Erscheint in: Beiträge zum Mathematikunterricht 2012
- Baum, S. (2012b): Mathematik im Scheibenwischer. Wie Simulieren das Mathematisieren unterstützt. In: mathematik lehren, Heft 174, S.15-19
- Greerath, G.; Weigand, H.-G. (2012): Simulieren: Mit Modellen experimentieren. In: mathematik lehren, Heft 174, S.2-6.
- Vollrath, H.-J. (1989): Funktionales Denken. In: Journal der Mathematikdidaktik, S. 3-37

## Kontakt

Sabine Elter (geb. Baum)  
Sabine.Baum@posteo.de

