



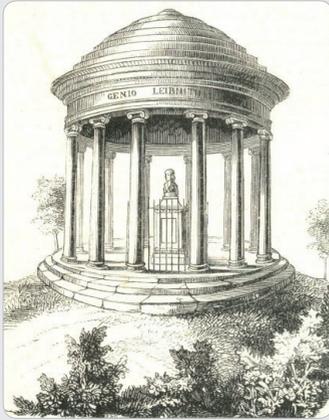
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) als Mathematiker

von Prof. Dr. Hans-Joachim Vollrath



Erläuterungen zur Ausstellung im Institut
für Mathematik der Universität Würzburg





Leibniz-Denkmal in Hannover

Begleitheft zur gleichnamigen Ausstellung in der Teilbibliothek Mathematik der Universität Würzburg, Hubland Campus Nord, Bibliotheks- und Seminargebäude, Josef-Martin-Weg 64.

Öffnungszeiten:

Mo-Fr, 8:30-18:00 während des Semesters

Mo-Fr, 8:30-16:00 in den Semesterferien

Zusammengestellt und herausgegeben von

Prof. Dr. Hans-Joachim Vollrath
Institut für Mathematik der Universität Würzburg
www.mathematik.uni-wuerzburg.de

im Rahmen des Leibniz-Jahres 2016.



Leibniz als Mathematiker

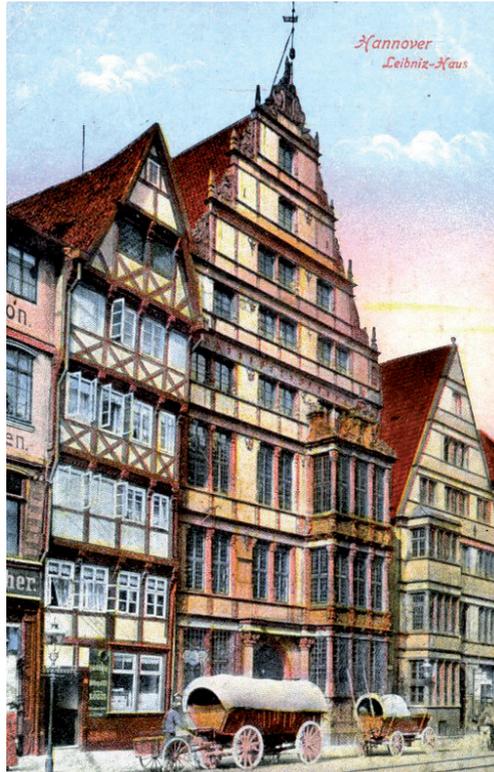
Gottfried Wilhelm Leibniz war ein Universalgelehrter: Er war Jurist, Mathematiker, Ingenieur, Historiker, Philosoph, Theologe, Erfinder, Bibliothekar, Sachverständiger und Berater.

Leibniz erwarb weltweit Ruhm und starb doch einsam in Hannover. Immerhin ist heute die Universität Hannover nach ihm benannt. Hier findet sich in der Bibliothek auch sein umfangreicher wissenschaftlicher Nachlass.

Die Mathematik begleitete ihn sein ganzes Leben lang. Davon geben seine zahlreichen mathematischen Veröffentlichungen, Notizen und Briefe Zeugnis.

Und Leibniz trug mit eigenen Entdeckungen und Erfindungen Wesentliches zur Entwicklung der Mathematik bei. Allerdings war er in Vielem der Mathematik seiner Zeit voraus, was erst später ohne Kenntnis seiner Ergebnisse wieder entdeckt wurde.

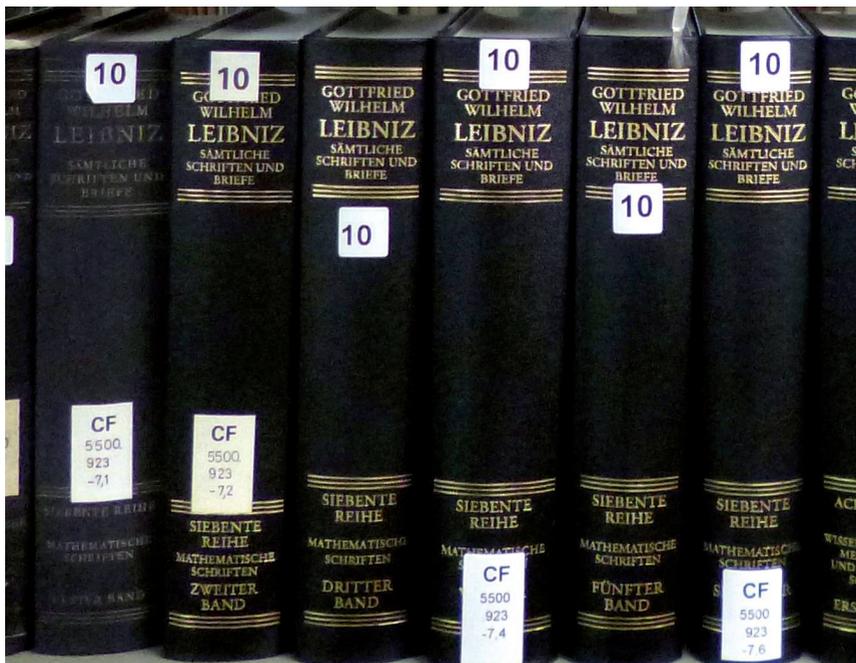
In dieser Ausstellung wird an einige seiner großen mathematischen Erfindungen erinnert.



Leibniz-Haus in Hannover

Leibniz' Lebenslauf

- 1646 Am 1. Juli in Leipzig geboren
- 1661–1666 Studium in Leipzig und Jena
- 1666 *Dissertatio de arte combinatoria*
- 1667 Promotion zum Doktor beider Rechte an der Universität Altdorf
- 1667 Mainz, *Nova Methodus Discendae Docendaeque Jurisprudentiae*
- 1670 Revisionsrat am Oberappellationsgericht in Mainz
- 1672–1676 Aufenthalt in Paris, Begegnungen mit dem Mathematiker Christiaan Huygens, Erfindung der Infinitesimalrechnung
- 1672/1673 Bau eines ersten Modells der Rechenmaschine
- 1673 Aufnahme in die Royal Society
- 1676 Bibliothekar in Hannover
- 1678 Herzoglicher Hofrat in Hannover
- 1678–1686 Beschäftigung mit den Harzer Bergwerken, Pläne zur Entwässerung der Gruben durch Windkraft
- 1684 *Nova Methodus pro maximis et minimis*
- 1685 Auftrag zur Abfassung der Geschichte des Welfenhauses
- 1686/1687 *Discours de métaphysique*
- 1691 Leiter der Wolfenbütteler Bibliothek
- 1693 *Codex juris gentium diplomaticus*
- 1696 Braunschweig-Lüneburgischer Geheimer Justizrat
- 1697 *Novissima Sinica*
- 1700 Mitglied der Academie des Sciences in Paris, Präsident der Sozietät der Wissenschaften in Berlin, Brandenburgischer Geheimer Justizrat
- 1705 *Nouveaux essais sur l'entendement humain*
- 1710 *Essais de Théodicée*
- 1712 Russischer Geheimer Justizrat
- 1712–1714 Reichshofrat in Wien
- 1714 *Monadologie, Principes de la nature et de la grâce fondes en raison*
- 1716 Am 14. November Tod in Hannover



Leibniz: Mathematische Schriften. Akademie-Ausgabe. UB Würzburg

Ausgaben der Werke

Der wissenschaftliche Nachlass von Leibniz umfasst etwa 50.000 Stücke, etwa 150.000 bis 200.000 Blatt. Er wird von der *Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek* Hannover betreut.

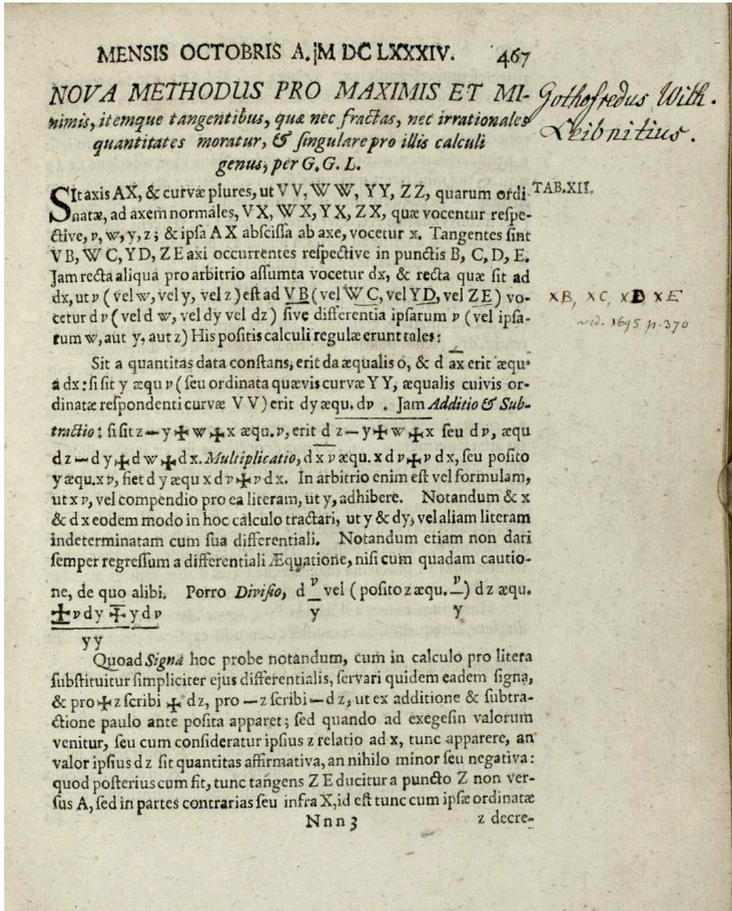
Bisher existiert keine Gesamtausgabe der Schriften und Briefe. Doch wird seit dem 19. Jahrhundert daran gearbeitet. Daraus ergaben sich im Wesentlichen zwei Reihen:

- *Leibnizens gesammelte Werke*, herausgegeben in Halle. Die dritte Folge befasst sich mit der Mathematik. Von ihr gibt es Nachdrucke aus Hildesheim.
- *Gottfried Wilhelm Leibniz, Sämtliche Schriften und Briefe*, herausgegeben von der Akademie der Wissenschaften in Berlin.

Die neuesten Ausgaben gibt es als Druckversion und als Internet-Version. Mathematik ist in der III. und VII. Reihe vertreten: Der mathematische Briefwechsel ist in den Bänden der Reihe III enthalten. Diese sind zeitlich geordnet.

Inhalt der Mathematischen Schriften der Akademie-Ausgabe:

- VII, 1 1672-1676. Geometrie – Zahlentheorie – Algebra (1. Teil). Berlin : Akad. Verlag, 1990
- VII, 2 1672-1676. Algebra (2. Teil). Berlin : Akademie Verlag, 1996
- VII, 3 1672-1676. Differenzen, Folgen, Reihen. Berlin : Akademie Verlag, 2003
- VII, 4 1670-1673. Infinitesimalmathematik. Berlin : Akademie Verlag, 2008
- VII, 5 1674-1676. Infinitesimalmathematik. Berlin : Akademie Verlag, 2008
- VII, 6 1673-1676. Arithmetische Kreisquadratur. Berlin : Akademie Verlag, 2012



Erste Veröffentlichung von Leibniz zur Infinitesimalrechnung 1684,
SUB Göttingen

Infinitesimalrechnung

In Paris beschäftigte sich Leibniz auf Anregung von Christiaan Huygens intensiv mit Mathematik. In kurzer Zeit hatte er sich in die zeitgenössische Literatur eingearbeitet und begann, selbstständig mathematisch zu forschen. Dabei erfand er die Infinitesimalrechnung.

Nachdem René Descartes 1637 die Analytische Geometrie erfunden hatte, ergaben sich Probleme, die nach neuen Methoden verlangten. Leibniz erfuhr, dass auch in England Isaac Newton eine derartige Methode gefunden hatte.

Nur Eingeweihte erfuhren zunächst von den Erfindungen. „Scheibchenweise“ erfuhr die mathematische Öffentlichkeit mehr. Die Folge war ein hässlicher Prioritätsstreit.

Aus heutiger Sicht erfanden Leibniz und Newton unterschiedliche Methoden, die sich formal unterscheiden, doch im Prinzip zu den gleichen Ergebnissen führen.

Beiden ging es um die rechnerische Lösung des Tangentenproblems sowie des Flächeninhaltsproblems durch Umkehrung der Tangentenberechnung.

Leibniz erfand den *Kalkül der Infinitesimalen*, Newton die *Fluxionsmethode*. Der von Leibniz im Wesentlichen mit Hilfe von Jakob und Johann Bernoulli weiterentwickelte Kalkül setzte sich in der Mathematik und ihren Anwendungen durch.

Das Differential

Nach verschiedenen Anläufen veröffentlicht Leibniz 1684 seine grundlegende Arbeit zur Infinitesimalrechnung in den *Acta eruditorum* unter dem Titel *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*.

Die Arbeit war allerdings schwer zu verstehen. Schon die überladene Figur macht es schwer, den zentralen Begriff des Differentials (Leibniz spricht von *differentia*) zu verstehen.

Für das Differential dy einer Funktion $y = f(x)$ mit der Ableitung $y' = f'(x)$ und beliebiges dx gilt:

$$dy = f'(x) dx$$

Das Integral

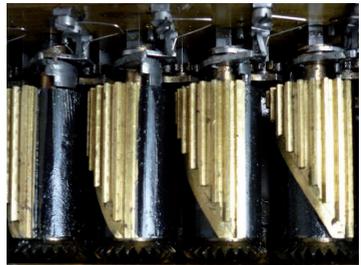
Bereits in Paris beschäftigte sich Leibniz mit dem Problem der Umkehrung des Tangentenproblems. Die Lösung führte ihn auf das Integral. Er fand z. B., dass für eine Gerade die gesuchte Kurve eine quadratische Parabel und für eine quadratische Parabel die Lösung eine kubische Parabel ist. Das drückte er mit Hilfe des Integralzeichens so aus:

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} \quad \text{und} \quad \int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$$



*Rechenmaschine von Leibniz
Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek und Niedersächsische
Landesbibliothek Hannover*

*Staffelwalzen aus einer Archimedes
Rechenmaschine, um 1900*



Die Rechenmaschine

In Paris beginnt Leibniz um 1670 mit der Entwicklung einer Rechenmaschine für alle vier Grundrechenarten.

Ein erstes Modell konnte er 1673 auf seiner Reise nach England der Royal Society vorstellen, die dort einen so überzeugenden Eindruck machte, dass man ihn als Mitglied aufnahm.

Bis an sein Lebensende wandte er viel Zeit und Geld zu ihrer technischen und handwerklichen Entwicklung auf. Ein Exemplar ist in der Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek in Hannover vorhanden.

Zahlen werden in ihr durch Drehungen von Zahnrädern repräsentiert und verarbeitet. Das ist die *mathematische* Idee.

Grundlegend für diese Maschine ist die von Leibniz erfundene Staffelwalze. Sie reguliert mit ihren unterschiedlich langen Zähnen für die Ziffern von 0 bis 9 die jeweilige Größe der Drehungen. Sie ist Realisierung einer grandiosen *technischen* Idee, die in der industriellen Herstellung der mechanischen Rechenmaschinen seit Mitte des 19. Jahrhunderts eine wichtige Rolle spielte.

Rechenmaschinen waren Instrumente der Praktischen Mathematik. Dass für Leibniz seine Rechenmaschine so wichtig war, erklärt sich aus seinem Wahlspruch:

»*Theoria cum praxi.*«

Das Dualsystem

Auch mit der Idee des Dualsystems hat sich Leibniz bereits in Paris befasst. In Gesprächen und Briefen hat er immer wieder davon berichtet.

Veröffentlichungen erschienen im 18. Jahrhundert. Eine schöne Darstellung der Entwicklung des Dualsystems bei Leibniz findet sich in dem Buch:

Herrn von Leibniz' Rechnung mit Null und Eins, München (Siemens AG) 3. Aufl. 1979.

Es zeigt folgende Etappen:

- 1672–1676: Erste Gedanken zur Dyadik in Paris
- 15. März 1679: Handschriftliche Notizen
- 1698: Briefe an Christian Schulenburg in Bremen
- 1703: *Explication de l'Arithmétique Binaire*; Veröffentlichung des Aufsatzes in der Zeitschrift der Französischen Akademie in Paris 1705

Man kann die verschiedenen Darstellungen der Zahlen als unterschiedliche *Sprachen* sehen. Die Umwandlung in ein anderes System lässt sich dann als *Übersetzung* deuten.

Leibniz dachte wohl auch an eine Rechenmaschine, die mit Zahlen in Dualdarstellung arbeitet. Dass die Dualdarstellung zur Grundlage der Computer werden würde, konnte er noch nicht ahnen.

DISSERTATIO
DE
ARTE COMBINATORIA,

in qua

ex Arithmeticae fundamentis Complicationum ac Transpositionum
Doctrina novis praeceptis exstruitur, et usus ambarum per uni-
versum scientiarum orbem ostenditur, nova etiam
Artis Meditandi

seu

Logicae Inventionis semina

sparguntur.

Praefixa est Synopsis totius Tractatus, et additamenti loco
Demonstratio

EXISTENTIAE DEI,
ad Mathematicam certitudinem exacta.

Autore

Gottfredo Guilielmo Leibnüzio Lipsiensi,

Phil. Magist. et J. U. Baccal.

LIPSIAE,

apud Joh. Simon. Fickium et Joh. Polycarp. Seiboldum

in Platea Nicolaea,

literis Spöreliauis.

A. M. DC. LXVI.

Erstes Buch von Leibniz 1666

Eine universale Sprache

Die Idee einer universalen Sprache hat Leibniz fasziniert und immer wieder beschäftigt. Er kannte die verschiedenen historischen Ansätze und Überlegungen seiner Zeitgenossen.

Hinweise hatte er z. B. in der *Technica curiosa* des Würzburger Mathematikers Kaspar Schott aus dem Jahr 1664 erhalten.

Er dachte daran, jedem einfachen Begriff ein Zeichen (*character*) und jedem zusammengesetzten Begriff eine Zeichenkombination zuzuordnen. Der Umgang mit diesen Begriffen würde durch einen logischen Kalkül als Grammatik geregelt. Als geeignete Zeichen sah Leibniz Primzahlen an.

Eine universale Sprache (*characteristica universalis*) wäre dann eine „Art von allgemeiner Algebra und gäbe die Mittel an die Hand, zu denken, indem man rechnet.“

Leibniz hat dieses Projekt nicht realisiert und seine Ideen nur in Ansätzen veröffentlicht. Seine Gedanken erschließen sich aus Briefen und Notizen.

Versicherungs- und Finanzmathematik

Zwischen 1680 und 1683 befasste sich Leibniz mit Problemen der Versicherungs- und Finanzmathematik. Ihrem Wesen nach sind diese Probleme sozialpolitisch, juristisch und mathematisch relevant. Gerade diese Mischung und die große Bedeutung für den Staat und seine Bürger machten sie für seine Untersuchungen interessant und für das Wohl der Menschen wesentlich.

Auch in diesem Bereich war Leibniz wegweisend. In dieser von Eberhard Knobloch und J.-Matthias Graf von der Schulenburg herausgegebenen Sammlung sind die 50 wichtigsten Studien von Leibniz zu diesem Thema erschlossen, übersetzt und kommentiert worden.



Gottfried Wilhelm Leibniz: Hauptschriften zur Versicherungs- und Finanzmathematik, Berlin: Akademie Verlag, 2000. Exemplar der UB Würzburg

Der Leibniz-Keks

An Leibniz erinnern auch die nach ihm benannten Kekse der Firma Bahlsen aus Hannover. Hermann Bahlsen nannte 1891 eine neue Gebäcksorte, die verpackt lange haltbar war, „Leibniz-Cakes“. Damit folgte er einem damaligen Trend, mit bekannten Namen für die eigenen Produkte zu werben. Man denke etwa an die Bismarck-Heringe.

Immerhin hatte Leibniz 1683 in seiner Abhandlung „Erfordernisse des Kriegswesens“ empfohlen, die Soldaten statt mit Brot mit länger haltbarem Zwieback zu versorgen. Erklärt das die Wahl des Namens?

Leibniz gehörte zu Hannover, sein Name war in Deutschland bekannt. Das mag die Wahl des Namens erklären.

Bahlsen nannte sein Gebäck jedoch bald in Leibniz-Keks um, weil die Deutschen Probleme mit der Aussprache des englischen Cakes hatten.



